Gabarito 2°EE 2017.1 Sinais

(1)

a) $X_1(\omega) = \int_{-\infty}^{1} e^{3t} e^{-j\omega t} dt = \frac{-1}{j\omega - 3} e^{-(j\omega-3)t} \Big|_{t=-\infty}^{1} = \frac{-1}{j\omega-3}\left(e^{-(j\omega-3)} - e^{j\omega\infty} \cdot e^{-3\infty}\right)$

$$\boxed{X_1(\omega) = \frac{-e^{-j\omega+3}}{j\omega-3}}$$

$\lim_{t\to\infty} |e^{-j\omega t}| \leq 1$ e $\lim_{t\to-\infty} 3^t = 0$

b) $X_2(\omega) = \frac{d}{d\omega} X_1(\omega-2) = \frac{d}{d\omega'} X_1(\omega')$ p/ $\omega' = \omega - 2$

$$\frac{-[-je^{-j\omega'+3}(j\omega'-3) + je^{-j\omega'+3}]}{(j\omega'-3)^2} = \frac{-[3je^{-j\omega'+3} + je^{-j\omega'+3} + \omega e^{-j\omega'+3}]}{(j\omega'-3)^2} = \boxed{\frac{-[4je^{-j\omega'+3} + \omega e^{-j\omega'+3}]}{(j\omega'-3)^2}}$$

c) $X_3(e^{j\omega}) = 2\sum_{m=-\infty}^{\infty} 3^m u[-m] e^{-j\omega m} = 2\sum_{m=0}^{\infty} 3^{-m} e^{j\omega m}$ $m \to -m$

$$X_3(e^{j\omega}) = 2\,\frac{1-(3e^{j\omega})^{-\infty}}{1-3e^{j\omega}} = \boxed{\frac{2}{1-3e^{j\omega}}}$$

d) $$\boxed{X_4(e^{j\omega}) = \frac{2}{1-3e^{j\omega}}(1-e^{-j\omega})}$$

(2) b) $H(\omega) = \frac{j\omega+4}{(j\omega+2)(j\omega+3)} = \frac{A_1}{j\omega+2} + \frac{A_2}{j\omega+3} = \frac{2}{j\omega+2} - \frac{1}{j\omega+3}$ $\therefore \boxed{h(t) = (2e^{-2t} - e^{-3t})u(t)}$

a) $Y(\omega)[(j\omega)^2 + 5j\omega + 6] = X(\omega)[j\omega+4] \Rightarrow \boxed{\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 5\frac{d}{dt}y(t) + 6y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + 4x(t)}$

c) $x_1(t) = e^{-4t}u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X_1(\omega) = \frac{1}{j\omega+4}$

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$x_2(t) = -t e^{-4t} u(t) \longleftrightarrow X_2(\omega) = -\frac{d}{d\omega}\left\{\frac{1}{j\omega+4}\right\} = \frac{-1}{(j\omega+4)^2}$

②

$$Y_1(\omega) = H(\omega)X_1(\omega) = \frac{j\omega+4}{(j\omega+2)(j\omega+3)(j\omega+4)} = \frac{1}{(j\omega+2)(j\omega+3)} = \frac{A_1}{j\omega+2} + \frac{A_2}{j\omega+3}$$

$$Y_1(\omega) = \frac{1}{j\omega+2} - \frac{1}{j\omega+3}$$

$$Y_2(\omega) = H(\omega)X_2(\omega) = \frac{-(j\omega+4)}{(j\omega+2)(j\omega+3)(j\omega+4)^2} = \frac{-1}{(j\omega+2)(j\omega+3)(j\omega+4)} = \frac{A_1}{j\omega+2} + \frac{A_2}{j\omega+3} + \frac{A_3}{j\omega+4}$$

$$Y_2(\omega) = \frac{-1/2}{j\omega+2} + \frac{1}{j\omega+3} - \frac{1/2}{j\omega+4} \quad \therefore \quad Y(\omega) = Y_1(\omega) + Y_2(\omega) = \frac{1/2}{j\omega+2} - \frac{1/2}{j\omega+4}$$

$$y(t) = \frac{1}{2}\left(e^{-2t} - e^{-4t}\right)u(t)$$

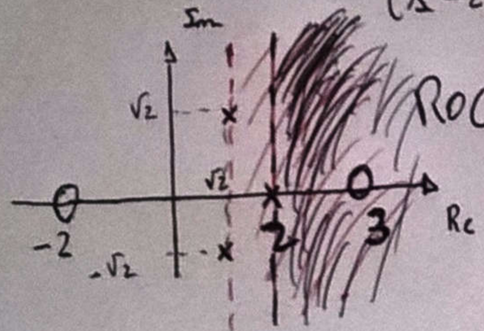
③ Para $q(s) = (s^2 - 4s\cos(\pi/4) + 4)(s-2) = (s^2 - 2\sqrt{2}s + 4)(s-2)$

$$q(s) = (s - \sqrt{2}(1+j))(s - \sqrt{2}(1-j))(s-2) = (s - 2e^{j\pi/4})(s - 2e^{-j\pi/4})(s-2)$$

$$H(s) = p(s)/q(s) = \frac{(s+2)(s-3)}{(s-2)(s-2e^{j\pi/4})(s-2e^{-j\pi/4})}$$

Polos : $s = \{2, 2e^{j\pi/4}, 2^{-j\pi/4}\}$

zeros : $s = \{-2, 3, \infty\}$



ROC : $\sigma > 2$

Como o sistema é causal, a ROC deve estar à direita do polo mais à direita ($s=2$). Como o eixo $j\omega$ não está contido na ROC, o sistema não é estável.

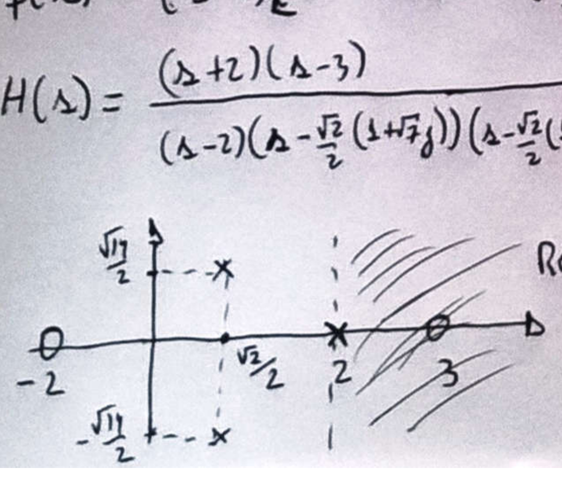
Para $q(s) = (s^2 - 2s\cos(\pi/4) + 4)(s-2) = (s^2 - \sqrt{2}s + 4)(s-2)$

$$q(s) = (s-2)\left[s - \sqrt{2}/2(1+\sqrt{7}j)\right]\left[s - \sqrt{2}/2(1-\sqrt{7}j)\right]$$

$$H(s) = \frac{(s+2)(s-3)}{(s-2)\left(s - \frac{\sqrt{2}}{2}(1+\sqrt{7}j)\right)\left(s - \frac{\sqrt{2}}{2}(1-\sqrt{7}j)\right)}$$

pólos : $s = \{2, \frac{\sqrt{2}}{2}(1 \pm \sqrt{7}j)\}$

zeros : $s = \{-2, 3, \infty\}$



ROC: $\sigma > 2$

O sistema não é estável.